

Jury's Criterion

朱里列表

■ 设 $A(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0$

1	a_n	a_{n-1}	a_{n-2}	...	a_1	a_0
2	a_0	a_1	a_2	...	a_{n-1}	a_n
3	c_{n-1}	c_{n-2}	...	c_1	c_0	
4	c_0	c_1	...	c_{n-2}	c_{n-1}	
5	d_{n-2}	d_{n-3}	...	d_0		
6	d_0	d_1	...	d_{n-2}		
⋮	⋮	⋮	⋮			
$2n-3$	r_2	r_1	r_0			

$$c_{n-1} = a_n a_n - a_0 a_0$$

$$c_{n-2} = a_n a_{n-1} - a_0 a_1$$

$$d_{n-2} = c_{n-1} c_{n-1} - c_0 c_0$$

$$d_{n-3} = c_{n-1} c_{n-2} - c_0 c_1$$



E2 朱里准则

$$\text{设 } A(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0$$

则判断方程 $A(z) = 0$ 的根是否全部位于 z 平面的单位圆内，可以利用如下的朱里准则。

首先列写阵列

行								
1	a_n	a_{n-1}	a_{n-2}	\dots	a_2	a_1	a_0	
2	a_0	a_1	a_2	\dots	a_{n-2}	a_{n-1}	a_n	
3	c_{n-1}	c_{n-2}	c_{n-3}	\dots	c_1	c_0		
4	c_0	c_1	c_2	\dots	c_{n-2}	c_{n-1}		
5	d_{n-2}	d_{n-3}	d_{n-4}	\dots	d_0			
6	d_0	d_1	d_2	\dots	d_{n-2}			
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots				
$2n-3$	r_2	r_1	r_0					

阵列中第 1 行是 $A(z)$ 的系数，第 2 行也是 $A(z)$ 的系数但按反序排列。第 3 行按下列各式计算

$$c_{n-1} = \begin{vmatrix} a_n & a_0 \\ a_0 & a_n \end{vmatrix}, \quad c_{n-2} = \begin{vmatrix} a_n & a_1 \\ a_0 & a_{n-1} \end{vmatrix}, \quad c_{n-3} = \begin{vmatrix} a_n & a_2 \\ a_0 & a_{n-2} \end{vmatrix}, \quad \dots$$

第 4 行是将第 3 行的各系数反序排列。由第 3、4 两行再用上述相同方法可求得第 5、6 两行，其计算公式如下：

$$d_{n-2} = \begin{vmatrix} c_{n-1} & c_0 \\ c_0 & c_{n-1} \end{vmatrix}, \quad d_{n-3} = \begin{vmatrix} c_{n-1} & c_1 \\ c_0 & c_{n-2} \end{vmatrix}, \quad d_{n-4} = \begin{vmatrix} c_{n-1} & c_2 \\ c_0 & c_{n-3} \end{vmatrix}, \quad \dots$$

这样求得的两行比前两行少一项。依此类推，直到第 $2n-3$ 行。

朱里准则

- 设 $A(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0$
- 朱里准则： $A(z)$ 的所有根都在单位圆内的充分和必要条件

条件是

$$\left\{ \begin{array}{l} A(1) > 0 \\ (-1)^n A(-1) > 0 \\ a_n > |a_0|, \\ c_{n-1} > |c_0|, \\ d_{n-2} > |d_0|, \\ \dots, \\ r_2 > |r_0| \end{array} \right.$$



例 8.28

- 若系统的特征方程 $A(z) = 4z^4 - 4z^3 + 2z - 1$ ，该系统是否稳定。

解： 根据朱里准则 $A(1) = 4 - 4 + 2 - 1 = 1 > 0$

$$(-1)^4 A(-1) = 4 + 4 - 2 - 1 = 5 > 0$$

朱里表

1	4	-4	0	2	-1
2	-1	2	0	-4	4
3	15	-14	0	4	
4	4	0	-14	15	
5	209	-210	56		

$$4 > |-1|$$

$$15 > |4|$$

$$209 > |56|$$

所以，系统是稳定的。

